PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN LAI VUNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2018 – 2019

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Ngày thi: 25/11/2018

Họ và tên thí sinh:... Số báo danh:...............................

Chữ ký của giám thị 1:...................... Chữ ký của giám thị 2:............................

NỘI DUNG ĐỀ THI

(Đề thi có 02 trang, gồm 5 câu)

Câu I *(4,0 điểm)*

1. Tính $A = (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})(\sqrt{2} + 10\sqrt{0,2})$

2. Tìm các số tự nhiên n sao cho $B = n^2+2n+18$ là số chính phương.

3. Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu a chia cho 13 dư 2 và b chia cho 13 dư 3 thì $a^2 + b^2$ chia hết cho 13.

Câu II *(4,0 điểm)*

1. Cho biểu thức $C = \dfrac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \dfrac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \dfrac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức C.

2. a) Chứng minh $\sqrt{x^4 + 1} \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(x^2 + 4)$ với mọi số thực x. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

b) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 \geq \dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $D = \sqrt{a^4+1} + \sqrt{b^4+1}$.

Câu III *(4,0 điểm)*

1. Giải các phương trình sau:

a) $x^4 + 2x^3 = 4x + 4$

b) $\dfrac{1}{x^2} + \sqrt{x + 2} = \dfrac{1}{x} + \sqrt{2x + 1}$

2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

An dự định đi từ A đến B bằng xe đạp điện trong khoảng thời gian nhất định. Nếu An đi với vận tốc 20 km/h thì đến B sớm 12 phút. Nếu An đi với vận tốc 12 km/h thì đến B trễ 20 phút. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu của An.

Câu IV *(4,0 điểm)*

1. Cho hình vuông ABCD và điểm M thuộc cạnh BC (M khác B, C). Một đường thẳng đi qua A và vuông góc với AM cắt CD tại N.

a) Chứng minh BM = DN.

b) Tính tỉ số $\frac{AM}{MN}$.

2. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Trên tia đối tia AH lấy điểm D sao cho AD = BC. Tại B kẻ BE $\perp$ AB sao cho BE = AB (E và C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AB). Tại C kẻ CF $\perp$ AC sao cho CF = AC (F và B thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AC). Chứng minh rằng ba đường thẳng DH, BF và CE đồng quy.

Câu V *(4,0 điểm)*

Cho đường tròn (O ; R) và một điểm A ở ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (O) (E, F là các tiếp điểm). Đường thẳng chứa đường kính của đường tròn song song với EF cắt ME, MF lần lượt tại C và D. Dây EF cắt OM tại H, cắt OA tại B.

1. Chứng minh rằng: OA.OB không đổi.

2. Chứng minh EF luôn đi qua một điểm cố định khi M di chuyển trên đường thẳng d.

3. Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích của ΔHBO lớn nhất.

--- HẾT ---

Lưu ý: *Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.*

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN LAI VUNG	HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2018 – 2019 MÔN: TOÁN
Hướng dẫn chấm gồm 04 trang	

I. HƯỚNG DẪN CHUNG:

1. Học sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng đúng, chính xác, chặt chẽ thì cho đủ số điểm của câu đó.

2. Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm thi.

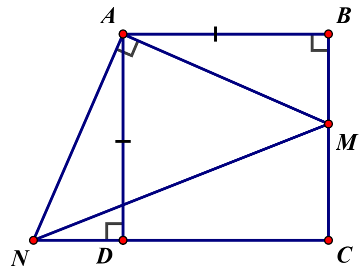
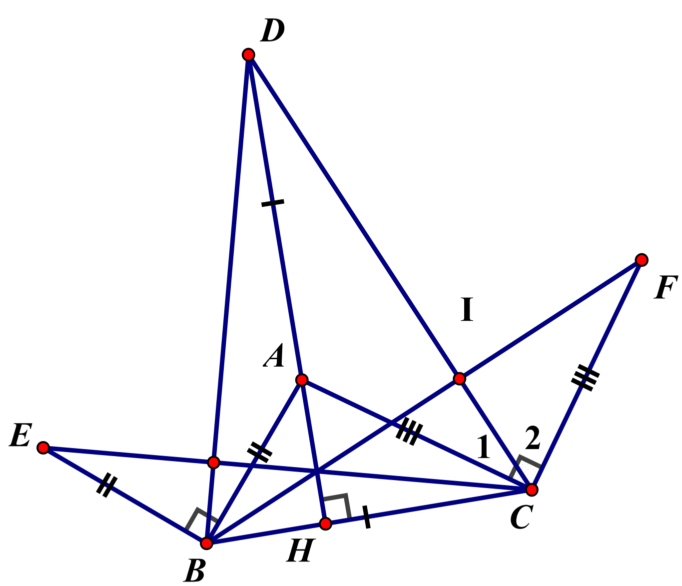
3. Điểm toàn bài tính theo thang điểm 20, làm tròn số đến 0,25 điểm.

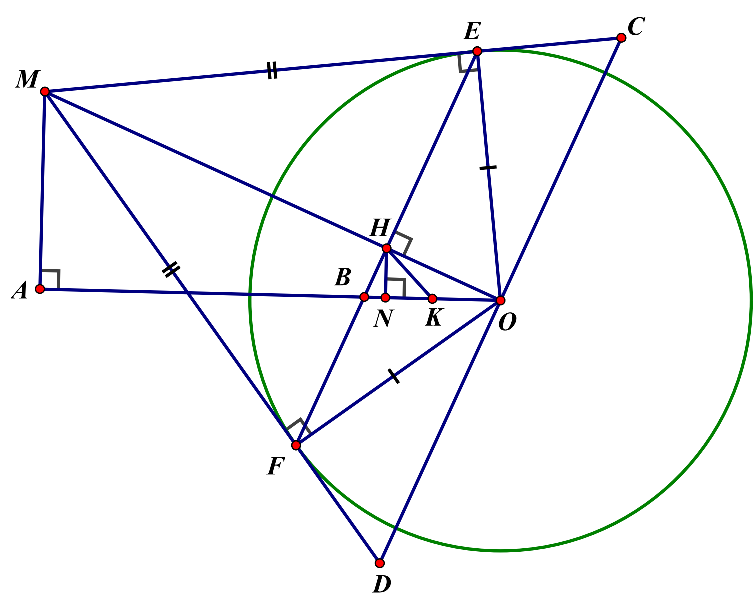
II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Nội dung	Điểm
Câu I	4,0
1. Tính A= $(\sqrt{8}-3\sqrt{2}+2\sqrt{5})(\sqrt{2}+10\sqrt{0,2})$	1,0
$A=(\sqrt{8}-3\sqrt{2}+2\sqrt{5})(\sqrt{2}+10\sqrt{0,2})$	
$=(2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{20})$	0,25
$=(2\sqrt{5}-\sqrt{2})(2\sqrt{5}+\sqrt{2})$	0,25
$=(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2$	0,25
$= 20 - 2 = 18$	0,25
2. Tìm các số tự nhiên n sao cho B = $n^2+2n+18$ là số chính phương.	1,5
Đặt $n^2+2n+18=a^2$ ($a\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}$)	0,25
$\Leftrightarrow a^2-(n+1)^2=17$	0,25
$\Leftrightarrow (a+n+1)(a-n-1)=17$	0,25
Vì $a\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}$ nên $(a+n+1)>(a-n-1)$; 17 là số nguyên tố.	0,25
Suy ra: $a+n+1=17$ (*) và $a-n-1=1$ hay $a=n+2$	0,25
Thay $a=n+2$ vào (*) tính được n = 7	0,25
3. Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu a chia cho 13 dư 2 và b chia cho 13 dư 3 thì a^2+b^2 chia hết cho 13.	1,5
Do: a chia cho 13 dư 2 nên a=13x+2 ($x\in\mathbb{Z}$)	0,25
b chia cho 13 dư 3 nên b=13y+3 ($y\in\mathbb{Z}$)	0,25
Suy ra: $a^2+b^2=(13x+2)^2+(13y+3)^2$	0,25
$=169x^2+52x+4+169y^2+78y+9$	0,25
$=13(13x^2+4x+13y^2+6y+1)=13.K \;\vdots\; 13$	0,25
Vậy: a^2+b^2 chia hết cho 13 (đpcm)	0,25

Nội dung	Điểm
Câu II	**4,0**
1. Cho biểu thức $C = \dfrac{x\sqrt{x}\ -3}{x-2\sqrt{x}\ -3} - \dfrac{2(\sqrt{x}\ -3)}{\sqrt{x}\ +1} + \dfrac{\sqrt{x}\ +3}{3-\sqrt{x}}$. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức C.	**2,0**
$C = \dfrac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \dfrac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$	0,25
Điều kiện xác định: $x \geq 0$ và $x \neq 9$	0,25
$C = \dfrac{x\sqrt{x}-3-2(\sqrt{x}-3)^2-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
$= \dfrac{x\sqrt{x}-3-2x+12\sqrt{x}\ -18-x-4\sqrt{x}\ -3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
$= \dfrac{x\sqrt{x}\ -3x+8\sqrt{x}\ -24}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
$= \dfrac{x\,(\sqrt{x}\ -3)+8\,(\sqrt{x}\ -3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
$= \dfrac{(\sqrt{x}\ -3)\,(x+8)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
$= \dfrac{x+8}{\sqrt{x}+1)}$	0,25
2a) Chứng minh $\sqrt{x^4+1} \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(x^2+4)$ với mọi số thực x.	1,0
Ta có $\sqrt{x^4+1} \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(x^2+4) > 0 \quad \Leftrightarrow\ 17(x^4+1) \geq (x^2+4)^2 > 0$	0,25
Mà $17(x^4+1)-(x^2+4)^2 =\ (4x^2-1)^2 \geq 0$ với mọi x	0,25
Vậy $17(x^4+1) \geq (x^2+4)^2$ hay $\sqrt{x^4+1} \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(x^2+4)$	0,25
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = \pm\dfrac{1}{2}$	0,25
2b) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2+b^2 \geq \dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $D = \sqrt{a^4+1}+\sqrt{b^4+1}$.	1,0
Áp dụng kết quả câu 2a) ta có $D \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(a^2+b^2+8)$	0,25
Mà $a^2+b^2 \geq \dfrac{1}{2}$ Suy ra $D \geq \dfrac{1}{\sqrt{17}}(\dfrac{1}{2}+8) = \dfrac{\sqrt{17}}{2}$	0,25
Vậy GTNN của D là $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$ khi $a = b = \dfrac{1}{2}$	0,25- 0,25

Nội dung	Điểm
Câu III	4,0
1a) Giải phương trình: $x^4 + 2x^3 = 4x + 4$ (1)	1,0
$(1) \Leftrightarrow x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2 + 4x + 4$	0,25
$\Leftrightarrow x^2(x+1)^2 = (x+2)^2$	0,25
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x(x+1) = x+2 \\ x(x+1) = -(x+2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2 \\ x^2 + 2x + 2 = 0 \end{array}\right.$ (2)	0,25
$\forall x \in \mathbb{R}$ thì $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1 \geq 1 > 0$ nên từ (2) suy ra phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm\sqrt{2}$	0,25
1b) Giải phương trình: $\frac{1}{x^2} + \sqrt{x+2} = \frac{1}{x} + \sqrt{2x+1}$ (3)	1,5
Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x + 2 \geq 0 \\ 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
$(3) \Leftrightarrow 1 + x^2\sqrt{x+2} = x + x^2\sqrt{2x+1}$	0,25
$\Leftrightarrow (1-x) + x^2(\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+1}) = 0$	0,25
$\Leftrightarrow (1 - x) + x^2\frac{1 - x}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1}} = 0$	0,25
$\Leftrightarrow (1 - x)\,(1 + \frac{x^2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1}}) = 0$ (4)	0,25
Do $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$, do đó $1 + \frac{x^2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{2x+1}} > 0$ nên từ (4) suy ra phương trình đã cho có nghiệm x = 1 (thỏa điều kiện xác định).	0,25
2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình: An dự định đi từ A đến B bằng xe đạp điện trong khoảng thời gian nhất định. Nếu An đi với vận tốc 20 km/h thì đến B sớm 12 phút. Nếu An đi với vận tốc 12 km/h thì đến B trễ 20 phút. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu của An.	1,5
Gọi x (giờ) là thời gian dự định đi lúc đầu (x>0).	0,25
Theo đề bài có phương trình: $20(x - \frac{1}{5}) = 12(x + \frac{1}{3})$	0,5
$\Leftrightarrow 20x - 4 = 12x + 4 \Leftrightarrow 8x = 8 \Leftrightarrow x = 1$ (nhận)	0,25
Vậy: Thời gian dự định là 1 (giờ) Quãng đường AB dài: $20.(1 - \frac{1}{5}) = 20.(\frac{4}{5}) = 16$ (km)	0,5

Nội dung	Điểm
Câu IV	**4,0**
1. Cho hình vuông ABCD và điểm M thuộc cạnh BC (M khác B, C). Một đường thẳng đi qua A và vuông góc với AM cắt CD tại N.	2,0
	
a) Chứng minh BM = DN.	1,0
ΔABM và ΔADN có: AB=AD; $\widehat{ABM}=\widehat{ADN}=90^0$; $\widehat{BAM}=\widehat{DAN}=90^0-\widehat{MAD}$	0,5
Nên $\Delta ABM=\Delta ADN$. Suy ra: BM=DN	0,5
b) Tính tỉ số $\dfrac{AM}{MN}$.	1,0
Vì ΔABM = ΔADN, suy ra AM = AN hay ΔAMN vuông cân tại A.	0,5
Do đó: $\dfrac{AM}{MN}=\dfrac{\sqrt{AM^2}}{\sqrt{MN^2}}=\dfrac{\sqrt{AM^2}}{\sqrt{AN^2+AM^2}}=\dfrac{\sqrt{AM^2}}{\sqrt{2AM^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
2. Cho tam giác ABC, đường cao AH. Trên tia đối tia AH lấy điểm D sao cho AD = BC. Tại B kẻ BE $\perp$ AB sao cho BE = AB (E và C thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AB). Tại C kẻ CF $\perp$ AC sao cho CF = AC (F và B thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau từ bờ là AC). Chứng minh rằng ba đường thẳng DH, BF và CE đồng quy.	2,0
	

Nội dung	Điểm
Δ DAC và Δ BCF có: DA= BC (gt) ; AC = CF (gt) ; $\widehat{DAC} = \widehat{BCF} = 90^0 + \widehat{ACH}$	0,5
Nên Δ DAC = Δ BCF. Suy ra $\widehat{C_1} = \widehat{F}$ Mà $\widehat{C_1} + \widehat{C_2} = 90^0$ (gt). Suy ra $\hat{F} + \widehat{C_2} = 90^0$	0,5
Gọi I là giao điểm của BF và DC. Trong Δ CIF có $\hat{F} + \widehat{C_2} = 90^0$. Suy ra $\widehat{CIF} = 90^0$ hay DC $\perp$ BF	0,5
Chứng minh tương tự ta được DB $\perp$ CE	0,25
Trong Δ DBC có DH, CE, BF là các đường cao nên chúng đồng quy.	0,25
Câu V	**4,0**
Cho đường tròn (O;R) và một điểm A ở ngoài đường tròn. Từ một điểm M di động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A, vẽ các tiếp tuyến ME, MF với đường tròn (O) (E, F là các tiếp điểm). Đường thẳng chứa đường kính của đường tròn song song với EF cắt ME, MF lần lượt tại C và D. Dây EF cắt OM tại H, cắt OA tại B.	
	
1. Chứng minh rằng OA.OB không đổi.	2,0
Ta có: $\begin{cases} OE = OF (= R) \\ ME = MF \end{cases} \Rightarrow$ OM là trung trực của EF $\Rightarrow OM \perp EF$	0,5
$\Delta HOB \sim \Delta AOM \Rightarrow \dfrac{OB}{OM} = \dfrac{OH}{OA} \Rightarrow OA.OB = OH.OM$ (1)	0,5
ΔEOM vuông tại E, đường cao EH nên $OE^2 = OH.OM$ (2)	0,5
Từ (1), (2) suy ra: $OA.OB = OE^2 = R^2$ (không đổi)	0,5

Nội dung	Điểm
2. Chứng minh EF luôn đi qua một điểm cố định khi M di chuyển trên đường thẳng d.	1,0
Vì $OA.OB = R^2 \Rightarrow OB = \dfrac{R^2}{OA}$ mà R không đổi, OA không đổi do đó OB không đổi mà O cố định nên B cố định .	0,5
Vậy khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d thì EF luôn đi qua điểm cố định B.	0,5
3. Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích của ΔHBO lớn nhất.	1,0
Gọi K là trung điểm của OB, mà ΔBHO vuông tại H nên ta có $HK=\dfrac{BO}{2}$ Do OB không đổi nên HK không đổi.	0,25
Kẻ $HN \perp BO$, ta có $S_{\Delta BHO} = \dfrac{HN.BO}{2}$ Vì BO không đổi, nên $S_{\Delta HBO}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ HN lớn nhất.	0,25
Mà $HN \le HK$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow N \equiv K$.	0,25
Vậy S_{HBO} lớn nhất $\Leftrightarrow$ ΔHBO vuông cân tại H. $\Leftrightarrow$ MO tạo với OA một góc 45^0	0,25

---Hết---